

48



Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik

Mona Plogmann

Addieren und Subtrahieren im Zahlenraum bis 20

Herangehensweisen und
Einflussfaktoren im Verlauf des
zweiten Schuljahres bei Aufgaben
mit Zehnerübergang

WAXMANN

Anhang

A.1 Interviewleitfaden

Interviewleitfaden Strategieverwendung Zehnerübergang ADDITION

I: Guten Morgen. Ich bin _____ (Name der Testleitung).¹

Ich möchte mit dir heute einige Aufgaben lösen. Dafür habe ich meinen Laptop mitgebracht. Hier siehst du gleich nach und nach einige Aufgaben und ich möchte von dir die Lösung wissen. Ich gebe dir immer so viel Zeit, wie du brauchst, um die Aufgaben zu lösen und danach sprechen wir noch ein bisschen darüber, wie du auf die Lösung gekommen bist.

Ich werde alles mit dieser Kamera hier aufnehmen, da ich mir unser Gespräch im Nachhinein nochmal anschauen möchte. Deshalb habe ich die Kamera schon angestellt.

Bist du bereit für ein Beispiel? Auf dem Bildschirm siehst du gleich eine Plusaufgabe. Wenn du die Lösung weißt, sag sie mir bitte sofort. Dann drücke ich eine Taste und die Aufgabe verschwindet. Hast du noch eine Frage, bevor es losgeht?

Fragen des Kindes abwarten und beantworten.

1. Teil: Zehnerüberschreitende Additionsaufgaben

Beispielaufgabe 10 + 10

I: Ich zeige dir jetzt eine Beispielaufgabe. Bist du bereit?

Reaktion des Kindes abwarten. SPACE drücken. Aufgabe 10 + 10 erscheint.

Kind rechnen lassen. Sobald es die Lösung nennt, SPACE drücken.

I: Vielen Dank für deine Antwort. *Kärtchen mit entsprechender Aufgabe hinlegen.* Jetzt interessiert mich noch: Wie hast du die Lösung herausgefunden? Du kannst auch _____ [Arbeitsmittel einfügen] nehmen, um es zu erklären.

Erklärung des Kindes abwarten. Ggf. Arbeitsmittel zur Verfügung stellen. Wenn Strategie nicht klar wird, nochmal nachfragen:

I: Das habe ich noch nicht ganz verstanden. Erkläre es mir bitte nochmal.

Erklärung des Kindes abwarten. Ggf. Arbeitsmittel zur Verfügung stellen.

I: Danke für deine Erklärung. Der Probelauf hat super geklappt, dann können wir jetzt anfangen. Bist du bereit?

Aufgabe 6 + 7

Reaktion des Kindes abwarten. SPACE drücken. Aufgabe 6 + 7 erscheint.

Kind rechnen lassen. Sobald es die Lösung nennt, SPACE drücken.

¹ Interviewleitung ist abgekürzt durch „I“.

I: Okay, vielen Dank. Kärtchen mit entsprechender Aufgabe hinlegen. Und wie bist du auf die Lösung gekommen? Du kannst auch _____ [Arbeitsmittel einfügen] nehmen, um es zu erklären.

Erklärung des Kindes abwarten. Ggf. Arbeitsmittel zur Verfügung stellen. Wenn Strategie nicht klar wird, nochmal nachfragen:

I: Das habe ich noch nicht ganz verstanden. Erkläre es mir bitte nochmal.

Erklärung des Kindes abwarten. Ggf. Arbeitsmittel zur Verfügung stellen.

I: Danke für deine Erklärung. Jetzt zeige ich dir die nächste Aufgabe. Bist du bereit?

Aufgabe 8 + 5

Reaktion des Kindes abwarten. SPACE drücken. Aufgabe 8 + 5 erscheint.

Kind rechnen lassen. Sobald es die Lösung nennt, SPACE drücken.

I: Okay, danke. Kärtchen mit entsprechender Aufgabe hinlegen. Und jetzt möchte ich wieder wissen: Wie hast du das gemacht? Du kannst auch wieder _____ [Arbeitsmittel einfügen] nehmen, um es zu erklären.

Erklärung des Kindes abwarten. Ggf. Arbeitsmittel zur Verfügung stellen. Wenn Strategie nicht klar wird, nochmal nachfragen:

I: Das habe ich noch nicht ganz verstanden. Erkläre es mir bitte nochmal.

Erklärung des Kindes abwarten. Ggf. Arbeitsmittel zur Verfügung stellen.

I: Danke für deine Erklärung. Jetzt zeige ich dir die nächste Aufgabe. Bist du bereit?

Analog die folgenden Aufgaben durchgehen:

$$7 + 9$$

$$3 + 8$$

$$9 + 5$$

$$6 + 8$$

2. Teil: Grundaufgaben Addition

I: Jetzt hast du den ersten Teil geschafft. Im zweiten Teil sehen die Aufgaben manchmal etwas anders aus, aber sonst machen wir alles genauso. Zuerst gibt es wieder einen Probelauf. Bist du bereit?

Reaktion des Kindes abwarten. SPACE drücken. Aufgabe $1 + _ = 2$ erscheint.

Kind rechnen lassen. Sobald es die Lösung nennt, SPACE drücken.

I: Das hat super geklappt. Wir machen noch einen Probelauf. Bereit?

Reaktion des Kindes abwarten. SPACE drücken. Aufgabe $4 + 4$ erscheint.

Kind rechnen lassen. Sobald es die Lösung nennt, SPACE drücken.

I: Super. Jetzt musst du mir nicht erklären, wie du gerechnet hast. Die Aufgaben kommen einfach alle hintereinander. Wir machen direkt mit der nächsten Aufgabe weiter. Bist du bereit?

Reaktion des Kindes abwarten. SPACE drücken. Aufgabe $3 + _ = 6$ erscheint.

Kind rechnen lassen. Sobald es die Lösung nennt, SPACE drücken.

I: [Keine Rückmeldung, nur kurzer Impuls, dass es weitergeht]

Reaktion des Kindes abwarten. SPACE drücken. Aufgabe $8 + 8$ erscheint.

Kind rechnen lassen. Sobald es die Lösung nennt, SPACE drücken.

Analog die folgenden Aufgaben durchgehen:

$$9 + _ = 10$$

$$4 + _ = 7$$

$$6 + _ = 10$$

$$1 + _ = 7$$

$$7 + _ = 8$$

$$9 + 9$$

$$7 + _ = 10$$

$$4 + _ = 8$$

$$3 + _ = 9$$

$$2 + _ = 5$$

$$3 + _ = 10$$

$$2 + _ = 6$$

$$7 + 7$$

$$1 + _ = 5$$

$$6 + 6$$

$$8 + _ = 10$$

Pause zwischen den Teilen 2 und 3

Interviewleitfaden Strategieverwendung Zehnerübergang SUBTRAKTION

I: Auf dem Bildschirm siehst du gleich eine Minusaufgabe. Wenn du die Lösung weißt, sag sie mir bitte sofort. Dann drücke ich eine Taste und die Aufgabe verschwindet. Hast du noch eine Frage, bevor es losgeht?

Fragen des Kindes abwarten und beantworten.

3. Teil: Zehnerüberschreitende Subtraktionsaufgaben

Beispielaufgabe 20 – 10

I: Ich zeige dir jetzt eine Beispielaufgabe. Bist du bereit?

Reaktion des Kindes abwarten. SPACE drücken. Aufgabe $20 - 10$ erscheint.

Kind rechnen lassen. Sobald es die Lösung nennt, SPACE drücken.

I: Vielen Dank für deine Antwort. *Kärtchen mit entsprechender Aufgabe hinlegen.* Jetzt interessiert mich noch: Wie hast du die Lösung herausgefunden? Du kannst auch _____ [Arbeitsmittel einfügen] nehmen, um es zu erklären.

Erklärung des Kindes abwarten. Ggf. Arbeitsmittel zur Verfügung stellen. Wenn Strategie nicht klar wird, nochmal nachfragen:

I: Das habe ich noch nicht ganz verstanden. Erkläre es mir bitte nochmal.

Erklärung des Kindes abwarten. Ggf. Arbeitsmittel zur Verfügung stellen.

I: Danke für deine Erklärung. Der Probelauf hat super geklappt, dann können wir jetzt anfangen. Bist du bereit?

Aufgabe 13 – 5

Reaktion des Kindes abwarten. SPACE drücken. Aufgabe 13 – 5 erscheint.

Kind rechnen lassen. Sobald es die Lösung nennt, SPACE drücken.

I: Okay, vielen Dank. *Kärtchen mit entsprechender Aufgabe hinlegen.* Und wie bist du auf die Lösung gekommen? Du kannst auch _____ [Arbeitsmittel einfügen] nehmen, um es zu erklären.

Erklärung des Kindes abwarten. Ggf. Arbeitsmittel zur Verfügung stellen. Wenn Strategie nicht klar wird, nochmal nachfragen:

I: Das habe ich noch nicht ganz verstanden. Erkläre es mir bitte nochmal.

Erklärung des Kindes abwarten. Ggf. Arbeitsmittel zur Verfügung stellen.

I: Danke für deine Erklärung. Jetzt zeige ich dir die nächste Aufgabe. Bist du bereit?

Aufgabe 11 – 7

Reaktion des Kindes abwarten. SPACE drücken. Aufgabe 11 – 7 erscheint.

Kind rechnen lassen. Sobald es die Lösung nennt, SPACE drücken.

I: Okay, danke. *Kärtchen mit entsprechender Aufgabe hinlegen.* Und jetzt möchte ich wieder wissen: Wie hast du das gemacht? Du kannst auch wieder _____ [Arbeitsmittel einfügen] nehmen, um es zu erklären.

Erklärung des Kindes abwarten. Ggf. Arbeitsmittel zur Verfügung stellen. Wenn Strategie nicht klar wird, nochmal nachfragen:

I: Das habe ich noch nicht ganz verstanden. Erkläre es mir bitte nochmal.

Erklärung des Kindes abwarten. Ggf. Arbeitsmittel zur Verfügung stellen.

I: Danke für deine Erklärung. Jetzt zeige ich dir die nächste Aufgabe. Bist du bereit?

Analog die folgenden Aufgaben durchgehen:

14 – 9

15 – 7

$17 - 8$

$11 - 3$

4. Teil: Subtraktionsaufgaben ohne Zehnerübergang und Halbierungen

I: Jetzt hast du den ersten Teil geschafft. Im zweiten Teil habe ich noch mehr Minusaufgaben mitgebracht. Bei diesen Aufgaben musst du mir nicht erklären, wie du zu deiner Lösung gekommen bist. Du sagst mir einfach das Ergebnis und dann machen wir direkt mit der nächsten Aufgabe weiter. Bist du bereit?

Reaktion des Kindes abwarten. SPACE drücken. Aufgabe 10 – 6 erscheint.

Kind rechnen lassen. Sobald es die Lösung nennt, SPACE drücken.

I: [Keine Rückmeldung, nur kurzer Impuls, dass es weitergeht]

Reaktion des Kindes abwarten. SPACE drücken. Aufgabe 5 – 3 erscheint.

Kind rechnen lassen. Sobald es die Lösung nennt, SPACE drücken.

Analog die folgenden Aufgaben durchgehen:

$3 - 1$

$10 - 2$

$6 - 4$

$12 - 6$

$7 - 5$

$4 - 2$

$10 - 7$

$8 - 3$

$14 - 7$

$7 - 1$

$10 - 5$

$18 - 9$

$8 - 7$

$10 - 1$

$9 - 4$

$16 - 8$

A.2 Lehrkräftefragebogen

1 ALLGEMEINE ANGABEN

ALTER:

- 20 – 30
- 31 – 40
- 41 – 50
- 51 – 60
- 61 und älter

GESCHLECHT:

- männlich
- weiblich
- divers

AUSBILDUNG:

Bitte kreuzen Sie Zutreffendes an (*Mehrfachantworten möglich*)

- Lehramtsstudium mit Mathematik als Unterrichtsfach (inkl. fachmathematischer Inhalte)
- Lehramtsstudium ohne Mathematik als Unterrichtsfach
- Kein Lehramtsstudium/ Quereinstieg

Haben Sie während des Studiums mathematikdidaktische Veranstaltungen besucht?

- ja
- nein

Bundesland und Ort des Studiums: _____

FORTBILDUNGEN:

Wie viele mathematikdidaktische Fortbildungen haben Sie in den letzten 5 Jahren besucht?

Geben Sie in Stichpunkten die wesentlichen Themen an:

BERUFSTÄTIGKEIT:

____ Jahre im Schuldienst tätig.

2 ZEHNERÜBERSCHREITENDES RECHNEN

Die folgenden Fragen beziehen sich auf die Erarbeitung des zehnerüberschreitenden Rechnens in der ersten Klasse. Damit ist die Thematisierung von Additions- und Subtraktionsaufgaben folgender Art gemeint:

- Für die Addition: zwei Zahlen kleiner als 10 werden addiert, die Summe ist größer als 10, z. B. $6 + 7 = 13$;
- Für die Subtraktion: von einer Zahl größer als 10 wird eine Zahl kleiner als 10 abgezogen, z. B. $16 - 9 = 7$).

Für die folgenden Fragen beziehen Sie sich bitte darauf, wie Sie das zehnerüberschreitende Rechnen mit Ihren Schülerinnen und Schülern im letzten Schuljahr erarbeitet haben.

MATERIALIEN

Welches Schulbuch verwenden Sie im Mathematikunterricht der ersten Klasse?

Haben Sie dieses zur Erarbeitung des zehnerüberschreitenden Rechnens eingesetzt?

- ja
- teilweise
- nein

Falls Sie „nein“ oder „teilweise“ angekreuzt haben: Welche Materialien (Arbeitshefte, Arbeitsblätter, digitale Medien o. Ä.) verwendeten Sie? (*Mehrfachantworten möglich*)

- selbstentwickeltes Material
 - Arbeitsheft (Name und Verlag: _____)
 - Arbeitsblätter (Verlag/Herkunft: _____)
 - Digitale Medien (Bitte kurz konkretisieren):
-

Zu welchen Anteilen nutzten Sie die oben angegebenen Materialien etwa bei der Erarbeitung des zehnerüberschreitenden Rechnens?

Schulbuch: _____%

selbstentwickeltes Material: _____%

zusätzliches vorgefertigtes Material: _____%

digitale Medien: _____%

EINFÜHRUNG UND ERARBEITUNG

Wie wurden die Operationen Addition und Subtraktion im Unterricht eingeführt?

- erst Addition, dann Subtraktion
- erst Subtraktion, dann Addition
- beide Operationen parallel

Welche Strategien thematisierten Sie im Zusammenhang mit der Erarbeitung des zehnerüberschreitenden Rechnens bei **Additionsaufgaben**? (Nennung der Strategien, Beschreibung und/oder Aufgabenbeispiele möglich)

Welche Strategien thematisierten Sie im Zusammenhang mit der Erarbeitung des zehnerüberschreitenden Rechnens bei **Subtraktionsaufgaben**? (Nennung der Strategien, Beschreibung und/oder Aufgabenbeispiele möglich)

Wie viele Unterrichtsstunden haben Sie etwa zur **Erarbeitung** des zehnerüberschreitenden Rechnens verwendet?

Wie viele Unterrichtsstunden haben Sie etwa zur **Festigung und Übung** des zehnerüberschreitenden Rechnens verwendet?

3 ARBEITSMITTELEINSATZ

Wie häufig setzten Sie folgende Arbeitsmittel bei der Erarbeitung des zehner-
überschreitenden Rechnens ein? Setzen Sie weitere Arbeitsmittel ein?

	<i>nie</i>	<i>selten</i>	<i>gelegent- lich</i>	<i>häufig</i>	<i>sehr häufig</i>
Zwanzigerfeld/ Rechenschiff- chen	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Rechenrah- men	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Steckwürfel	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Andere und zwar:					
_____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
_____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
_____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Besitzt jedes Kind eine Ausfertigung des Arbeitsmittels, das Sie hauptsächlich
eingesetzt haben?

- Ja
- Nein

Erklären Sie anhand der Aufgabe 6 + 7 konkret den Einsatz des Arbeitsmittels, das Sie vorwiegend im Unterricht zum zehnerüberschreitenden Rechnen nutzen:

Kreuzen Sie im Folgenden bitte immer alle zutreffenden Punkte an.

- Die Schülerinnen und Schüler, die das Arbeitsmittel in meinem Unterricht nutzen, sind (*Mehrfachantworten möglich*)
 - eher leistungsschwach
 - durchschnittlich
 - eher leistungsstark

- Arbeitsmittel verwenden die Schülerinnen und Schüler in folgenden Unterrichtsphasen/Situationen (*Mehrfachantworten möglich*)
 - Einführung/Erarbeitung
 - Sicherung
 - Übung
 - Einzelarbeit
 - Partner-/Gruppenarbeit
 - Plenumsphasen/Unterrichtsgespräche

- Arbeitsmittel dienen (*Mehrfachantworten möglich*)
 - dem eigenen Erforschen
 - als Rechenhilfe
 - als Demonstrationsmittel

- als Hilfe beim Verbalisieren
- zum Begründen von Rechenwegen.

Vorteile von Arbeitsmitteln sehe ich vor allem darin, dass ...

4 BITTE ANKREUZEN

Im Folgenden finden Sie einige Aussagen.

Alle Aussagen beziehen sich auf das zehnerüberschreitende Rechnen.

Entscheiden Sie bei jeder Aussage, ob sie auf Ihren eigenen Unterricht zutrifft oder nicht. Es gibt dabei keine „richtigen“ oder „falschen“ Antworten.

Ich erkläre den Schülerinnen und Schülern in der Erarbeitung, auf welche Weise zehnerüberschreitende Aufgaben gelöst werden.	trifft nicht zu <input type="checkbox"/>	trifft weniger zu <input type="checkbox"/>	trifft eher zu <input type="checkbox"/>	trifft zu <input type="checkbox"/>
In meinem Unterricht nutzen die Schülerinnen und Schüler Arbeitsmittel, um anderen ihren Lösungsweg zu erklären.	trifft nicht zu <input type="checkbox"/>	trifft weniger zu <input type="checkbox"/>	trifft eher zu <input type="checkbox"/>	trifft zu <input type="checkbox"/>
Es ist mir wichtig, dass die Schülerinnen und Schüler <i>eine</i> Strategie richtig beherrschen, deshalb lege ich den Fokus im Unterricht auf <i>eine</i> Strategie.	trifft nicht zu <input type="checkbox"/>	trifft weniger zu <input type="checkbox"/>	trifft eher zu <input type="checkbox"/>	trifft zu <input type="checkbox"/>
In Unterrichtsgesprächen werden die verschiedenen Herangehensweisen, die Kinder beim zehnerüberschreitenden Rechnen nutzen, gemeinsam besprochen.	trifft nicht zu <input type="checkbox"/>	trifft weniger zu <input type="checkbox"/>	trifft eher zu <input type="checkbox"/>	trifft zu <input type="checkbox"/>
Verschiedene Strategien sind für leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler überfordernd, deshalb gebe ich diesen Kindern eine Strategie an die Hand.	trifft nicht zu <input type="checkbox"/>	trifft weniger zu <input type="checkbox"/>	trifft eher zu <input type="checkbox"/>	trifft zu <input type="checkbox"/>
Schülerfehler bespreche ich in meinem Unterricht eher nicht, um zu verhindern, dass sich andere Schülerinnen und Schüler diese einprägen bzw. übernehmen.	trifft nicht zu <input type="checkbox"/>	trifft weniger zu <input type="checkbox"/>	trifft eher zu <input type="checkbox"/>	trifft zu <input type="checkbox"/>
Es ist mir wichtig, dass meine Schülerinnen und Schüler verschiedene Strategien kennen, um geeignete Strategien auswählen zu können.	trifft nicht zu <input type="checkbox"/>	trifft weniger zu <input type="checkbox"/>	trifft eher zu <input type="checkbox"/>	trifft zu <input type="checkbox"/>

Bei der Erarbeitung der Strategien sind die individuellen Lösungswege der Schülerinnen und Schüler Ausgangspunkt.	trifft nicht zu <input type="checkbox"/>	trifft weniger zu <input type="checkbox"/>	trifft eher zu <input type="checkbox"/>	trifft zu <input type="checkbox"/>
In meinem Unterricht kann jeder Schüler/jede Schülerin selbst entscheiden, welche Strategien er/sie nutzen möchte.	trifft nicht zu <input type="checkbox"/>	trifft weniger zu <input type="checkbox"/>	trifft eher zu <input type="checkbox"/>	trifft zu <input type="checkbox"/>
Wenn individuelle Lösungswege der Schülerinnen und Schüler nicht den angestrebten Strategien entsprechen, bespreche ich diese lieber nicht in der gesamten Klasse.	trifft nicht zu <input type="checkbox"/>	trifft weniger zu <input type="checkbox"/>	trifft eher zu <input type="checkbox"/>	trifft zu <input type="checkbox"/>
Beim zehnerüberschreitenden Rechnen lasse ich die Schülerinnen und Schüler eigenständig Rechenwege entdecken.	trifft nicht zu <input type="checkbox"/>	trifft weniger zu <input type="checkbox"/>	trifft eher zu <input type="checkbox"/>	trifft zu <input type="checkbox"/>

Haben Sie Anmerkungen?

A.3 Ergänzende Auswertung: Absolute Häufigkeiten der heuristischen Strategien

Strategie		6 + 7	8 + 5	7 + 9	3 + 8	9 + 5	6 + 8	13 - 5	11 - 7	14 - 9	15 - 7	17 - 8	11 - 3	Summe
schrittweises Rechnen zur 10	Anfang	32	48	37	56	39	48	54	35	48	49	47	55	548
	Ende	38	52	44	67	47	54	67	54	62	67	55	63	670
Kraft der Fünf	Anfang	4	17	2	-	11	3	3	-	-	-	-	-	40
	Ende	6	19	3	-	9	2	4	-	-	-	-	-	43
Nutzen der Zehn	Anfang	-	-	10	1	9	1	-	2	6	2	2	2	35
	Ende	-	1	12	2	13	2	-	5	2	2	2	4	45
Gegen- bzw. gleichsinniges Verändern	Anfang	-	6	7	2	7	9	-	7	2	1	-	1	42
	Ende	-	3	5	2	1	8	-	1	1	-	-	-	21
Nutzen der Verdopplung bzw. Halbierung	Anfang	37	5	9	-	1	8	-	-	1	-	-	-	61
	Ende	37	3	7	-	2	8	-	-	-	-	-	-	57
Rückgriff auf Addition	Anfang	-	-	-	-	-	-	14	23	12	17	13	12	91
	Ende	-	-	-	-	-	-	11	16	17	12	12	9	77
andere heuristische Strategien	Anfang	5	2	12	17	9	4	2	2	1	2	10	3	69
	Ende	4	6	10	15	12	7	1	4	-	1	12	3	75
Summe (von 100 bzw. 99)	Anfang	78	78	77	76	76	73	73	69	70	71	72	73	886
	Ende	85	84	81	86	84	81	83	80	82	82	81	79	988