

Inhalt

Einleitung	12
1 Erklären und Lehren im Mathematikunterricht	16
1.1 Erklären und Verstehen als Dyade	16
1.2 Instruktionale Erklärungen als Lehrendenhandeln in (mathematischen) Lehr-Lern-Prozessen	19
1.3 Qualitätsdimensionen instruktionalen Erklärens	21
1.4 Lehrkonzepte – mathematische Inhalte sinnstiftend erklären	22
2 Mathematische Tätigkeit im Bereich der Bruchrechnung	25
2.1 Bruchrechnung aus verschiedenen theoretischen Gesichtspunkten	25
2.1.1 Bruchrechnung unter formal-sprachlichen Gesichtspunkten	25
2.1.1.1 Mathematische Aussagen und ihre Bestandteile	26
2.1.1.2 Eigenschaften mathematischer Aussagen und ihre Hürden für Lernende	27
2.1.2 Bruchrechnung unter Gesichtspunkten der Algorithmik	29
2.1.2.1 Algorithmus – Definition und Eigenschaften	29
2.1.2.2 Algorithmik, Algorithmus, algorithmisches Denken – eine Begriffsbestimmung	31
2.1.2.3 Algorithmik – Inhalt eines zeitgemäßen Mathematikunterrichts	32
2.1.3 Bruchrechnung unter konzeptuellen Gesichtspunkten	34
2.1.3.1 Grunderfahrungen nach Heinrich Winter	34
2.1.3.2 Mathematik als „human activity“ nach Freudenthal	35
2.1.3.3 Grundvorstellungen von vom Hofe	36
2.2 Herausforderungen mathematischer Lehr-Lern-Prozesse in der Bruchrechnung	37
2.2.1 Bruchrechnung als prädikativer Lerninhalt	37
2.2.2 Bruchaddition als anspruchsvoller Lerninhalt	38
2.2.3 Bruchaddition als herausfordernder Lehrinhalt	41
2.3 Komponenten mathematischer Tätigkeiten als strukturelle Basis eines Lehrkonzepts spezifiziert im Bereich der Bruchrechnung	42
2.3.1 Die formale Komponente mathematischer Tätigkeit	43
2.3.2 Die algorithmische Komponente mathematischer Tätigkeit	43
2.3.3 Die intuitive Komponente mathematischer Tätigkeit	44
2.3.4 Beziehungen zwischen den Komponenten	47

2.3.4.1	Beziehung zwischen der formalen und der intuitiven Komponente	47
2.3.4.2	Beziehung zwischen der formalen und der algorithmischen Komponente	48
2.3.4.3	Beziehung zwischen der intuitiven und der algorithmischen Komponente	49
2.4	Implikationen der „Komponenten mathematischer Tätigkeit“ für den Mathematikunterricht	49
2.4.1	Formale Komponente mathematischer Tätigkeit im Mathematikunterricht zur Bruchaddition	50
2.4.2	Algorithmische Komponente mathematischer Tätigkeit im Mathematikunterricht zur Bruchaddition	51
2.4.3	Intuitive Komponente mathematischer Tätigkeit im Mathematikunterricht zur Bruchaddition	54
3	Multimodalität	62
3.1	Theoretische Grundlegung einer sozialsemiotischen Perspektive auf Multimodalität innerhalb mathematischer Lehr-Lern-Prozesse	62
3.1.1	Sozialsemiotik: Bedeutung im Kontext kultureller und sozialer Rahmung	63
3.1.2	Sozialsemiotische Perspektive auf Multimodalität	65
3.1.2.1	Entwicklung der Multimodalität: von verbal vs. non-verbal zu multimodal	66
3.1.2.2	Sozialsemiotik und Multimodalität: Was ist ein Modus?	66
3.1.3	Eine besondere Perspektive auf Modi: context of situation & context of culture	67
3.1.4	Multimodale Kommunikation im Mathematikunterricht – eine sozialsemiotische Perspektive	69
3.2	Sprachliche Äußerungen in (mathematischen) Erklärsituationen	70
3.2.1	Mündlichkeit und Schriftlichkeit in Konzeption und Medium	71
3.2.2	Sprachregister und sprachliche Konzepte in mathematischen Kontexten	72
3.2.3	Mathematik sprachsensibel unterrichten – ausgewählte Methoden und empirische Evaluation	74
3.2.3.1	Scaffolding	75
3.2.3.2	Translanguaging	77
3.3	Gestische Äußerungen in mathematischen Erklärsituationen	78
3.3.1	Gestik und Lautsprache – ein integratives Sprachsystem im Kontext mathematischer Erklärsituationen	79
3.3.1.1	Eigenschaften von Gestik und Lautsprache	80

3.3.1.2	Ko-Expressivität als semantische Gestik-Lautsprache Relation . . .	82
3.3.2	Strukturen und Strukturierung von Gesten	87
3.3.2.1	Typisierung von Gesten	87
3.3.2.2	Phasen von Gesten	89
3.3.3	Gestenforschung unter der Perspektive mathematischer Erklärsituationen	90
3.3.3.1	Gestik und Lautsprache in (mathematischen) Erklärsituationen zwischen jungen Lernenden	91
3.3.3.2	Gestik und Lautsprache von Lehrpersonen in mathematischen Erklärsituationen	92
3.4	Symbolische und bildliche mathematische Äußerungen als Besonderheiten des mathematischen Registers	99
3.4.1	Symbolische mathematische Äußerungen in mathematischen Erklärsituationen	99
3.4.2	Visuell-bildliche mathematische Äußerungen in mathematischen Erklärsituationen	101
3.5	Multimodale Perspektive auf mathematische Erklärsituationen . .	104
4	Forschungsfokus	106
4.1	Betrachtung der Bruchaddition unter drei Perspektiven: formale, algorithmische und intuitive Komponenten mathematischer Tätigkeit	106
4.1.1	Formales	108
4.1.2	Algorithmik	108
4.1.3	Intuition	109
4.2	Wechselwirkungen der formalen, algorithmischen und intuitiven Komponente mathematischer Tätigkeit in der Bruchaddition	110
4.2.1	Formales und Intuition	111
4.2.2	Formales und Algorithmik	111
4.2.3	Intuition und Algorithmik	112
4.3	Multimodale Äußerungen von Lehrenden als reichhaltige Ressource für die Komponenten mathematischer Tätigkeit	113
4.3.1	Laut- und schriftsprachliche Äußerungen in Komponenten mathematischer Tätigkeit der Bruchaddition	114
4.3.2	Gestische Äußerungen in Komponenten mathematischer Tätigkeit der Bruchaddition	115
4.3.3	Mathematische Symbole in Komponenten mathematischer Tätigkeit der Bruchaddition	116
4.3.4	Visuelle mathematische Bilder in Komponenten mathematischer Tätigkeit der Bruchaddition	117
4.4	Forschungsfragen	118

5	Rekonstruktion der Komponenten mathematischer Tätigkeit von Lehrenden im authentischen Mathematikunterricht – ein erster empirischer Zugang	119
5.1	Methodische Grundlagen und empirisches Vorgehen	119
5.1.1	Qualitative Inhaltsanalyse – Methode der rekonstruktiven Sozialforschung	119
5.1.2	Bestimmung des Ausgangsmaterials – die Datenerhebung als Ausschärfungsinstrument	121
5.1.2.1	Lehrende im Fokus – das Projekt GeLeMath	121
5.1.2.2	Analyse der Entstehungssituation des Datenmaterials: authentischer Mathematikunterricht als Aufnahmesetting	121
5.1.2.3	Festlegung des Datenmaterials: Datencorpus und Stichprobenziehung	124
5.1.3	Aufbereitung der Daten: Videotransformation und Segmentierung authentischen Mathematikunterrichts	126
5.1.4	Transkriptionsverfahren	127
5.1.4.1	Lautsprache im Transkript	128
5.1.4.2	Lehrendengesten im Transkript	129
5.1.4.3	Raum und Körper der Lehrperson	130
5.2	Analytische Zugänge zur Rekonstruktion der Komponenten mathematischer Lehrtätigkeit	131
5.2.1	Segmentierungsanalyse nach Dinkelaker und Herrle	132
5.2.2	Adaption der Segmentierungsanalyse	134
5.2.3	Kontextanalyse nach Mayring	136
5.2.4	Rekonstruktion mathematischer Konzepte – eine Anpassung der Kontextanalyse	137
5.2.4.1	Ausgewählte Anpassungen der Kontextanalyse nach Mayring	137
5.2.4.2	Mathematische Lehrkonzepte ausdifferenziert durch Fischbeins Komponenten mathematischer Tätigkeit	137
5.2.5	Adaption der Kontextanalyse zur Rekonstruktion mathematischer Lehrkonzepte	140
6	Rekonstruktion eines individuellen mathematischen Lehrkonzepts	145
6.1	Zeitweise stabile Muster als vergleichbare Strukturen zwischen verschiedenen Lehr-Lern-Gruppen – Anwendung der adaptierten Segmentierungsanalyse am Beispiel von Lehrperson II	145
6.2	Rekonstruktion eines individuellen mathematischen Lehrkonzepts – Anwendung der adaptierten Kontextanalyse am Beispiel von Lehrperson II	147

6.3	Kontrastierung der Rekonstruktionen von Lehrperson I und II – Zusammenfassung der Ergebnisse	210
7	Zusammenfassung, Diskussion und Ausblick	216
7.1	Zusammenfassung der Arbeit	216
7.2	Diskussion der Potenziale und Grenzen der Arbeit	221
7.3	Ausblick auf weitere Forschung	223
7.4	Implikationen für die Unterrichtspraxis – ein präskriptives mathematisches Lehrkonzept	224
7.4.1	Potenziale eines modusbewussten Mathematikunterrichts	224
7.4.2	Päskriptives mathematisches Lehrkonzept	225
	Literatur	229
	Abkürzungsverzeichnis	247
	Abbildungsverzeichnis	248
	Tabellenverzeichnis	250

Der Anhang steht online unter www.waxmann.com/buch200013 zum Download zur Verfügung.