

Inhalt

Einleitung.....	17
1	Bedeutung von Vorwissen für späteres Mathematiklernen.....19
1.1	Empirische Ergebnisse für die Bedeutung von Vorwissen für individuelles Lernen19
1.2	Theoretische Erklärungen für die Bedeutung von Vorwissen für individuelles Lernen21
1.3	Beschreibung von kumulativem Wissenserwerb in unterschiedlichen Modellen.....22
1.3.1	Stufenmodelle22
1.3.2	Prädiktionsmodelle24
1.3.3	Interaktionsmodelle25
1.4	Zusammenfassung zu Kapitel 126
2	Forschungsstand zum Bruchzahlerwerb28
2.1	Formaler Zugang zu den rationalen Zahlen28
2.2	Strukturmodell zur Wissensbeschreibung des Bruchzahlkonzepts29
2.2.1	Wissen zu verschiedenen Bruchzahlaspekten29
2.2.2	Ergänzung um prozedurales Wissen31
2.3	Prozesse beim Erwerb des Bruchzahlkonzepts33
2.3.1	Grundvorstellungen als mentale Modelle von mathematischen Konzepten und Operationen.....34
2.3.2	Conceptual Change und Intuitive Models.....35
2.3.3	Repräsentationstransformationen.....36
2.4	Empirische Forschungsergebnisse zu verschiedenen Lernergebnissen und typischen Fehlern in der Bruchrechnung38
2.4.1	Natural Number Bias39
2.4.2	Empirische Befunde zu verschiedenen Bruchzahlvorstellungen40
2.4.3	Empirische Befunde zu Größenvorstellungen41
2.4.4	Empirische Befunde zu Vorstellungen zur Dichtheit der rationalen Zahlen....42
2.4.5	Empirische Befunde zum Operieren mit Brüchen in Kalkülaufgaben.....43
2.4.6	Empirische Befunde zum Operieren mit Brüchen in Sachkontexten.....46
2.5	Bedeutung von Bruchrechenkenntnissen für späteres Mathematiklernen.....47
2.6	Zusammenfassung zu Kapitel 250

3	Lernvoraussetzungen für die Bruchrechnung	52
3.1	Überblick über bisherige Studien zur Untersuchung von Lernvoraussetzungen zur Bruchrechnung.....	52
3.1.1	Anzahl und Konstellation der Lernvoraussetzungen	53
3.1.2	Beschreibung unterschiedlicher Wirkmechanismen	54
3.2	Informelles Vorwissen zu einfachen Brüchen	56
3.2.1	Verankerung im Lehrplan.....	57
3.2.2	Kindliche Vorstellungen zu Bruchzahlen	58
3.2.3	Empirische Befunde zu einem informellen Vorwissen zu einfachen Brüchen ..	59
3.2.4	Zusammenfassung zu Kapitel 3.2	62
3.3	Fähigkeiten zum proportionalen Schließen.....	63
3.3.1	Eigenschaften und Grundvorstellungen zur Proportionalität.....	64
3.3.2	Erfassung mit Missing Value Tasks und Comparison Tasks.....	65
3.3.3	Strategienutzung bei der Bearbeitung von Missing Value Tasks	67
3.3.4	Prozessmodell zum quantitativen Schließen.....	68
3.3.5	Bedeutung der Fähigkeiten zum proportionalen Schließen für ein weiteres Mathematiklernen zur Bruchrechnung.....	75
3.3.6	Zusammenfassung zu Kapitel 3.3	78
3.4	Vorwissen zur Multiplikation und Division.....	79
3.4.1	Strategieeinsatz in Multiplikations- und Divisionstermen	80
3.4.2	Lösungsraten in Multiplikations- und Divisionstermen.....	84
3.4.3	Empirische Befunde zu Vorstellungen zu verschiedenen arithmetischen Konzepten.....	85
3.4.4	Bedeutung der arithmetischen Fähigkeiten zur Multiplikation und Division für ein weiteres Mathematiklernen zur Bruchrechnung.....	86
3.4.5	Zusammenfassung zu Kapitel 3.4	91
3.5	Qualität der ordinalen Zahlvorstellung	93
3.5.1	Begriffsdifferenzierung.....	93
3.5.2	Erfassung mit Number Line Estimation Tasks	94
3.5.3	Entwicklung der ordinalen Zahlvorstellung.....	95
3.5.4	Einfluss aufgabenbezogener Merkmale auf die Qualität der ordinalen Zahlvorstellung	98
3.5.5	Bedeutung der Qualität der ordinalen Zahlvorstellung für ein weiteres Mathematiklernen	99
3.5.6	Zusammenfassung zu Kapitel 3.5	102
3.6	Spontane Fokussierungstendenz auf numerische Informationen	103
3.6.1	Begriffsklärung	104
3.6.2	Allgemeine Kriterien für die Erfassung von spontanen Fokussierungstendenzen	104
3.6.3	Aufgaben zur Erfassung der SFoN-Tendenz aus früheren Studien	105
3.6.4	Bedeutung der SFoN-Tendenz für ein weiteres Mathematiklernen.....	108
3.6.5	Zusammenfassung zu Kapitel 3.6	114

3.7	Spontane Fokussierungstendenz auf quantitative Relationen	115
3.7.1	Begriffsklärung	116
3.7.2	Aufgaben zur Erfassung der SFoR-Tendenz aus dem Einzel- und Gruppensetting.....	116
3.7.3	Bedeutung der SFoR-Tendenz für ein weiteres Mathematiklernen zur Bruchrechnung.....	117
3.7.4	Zusammenfassung zu Kapitel 3.7	121
4	Zusammenfassung des Forschungsstandes	123
5	Rahmenmodell, Ziele und Fragestellungen der Arbeit	125
5.1	Rahmenmodell.....	125
5.2	Ziele und Fragestellungen.....	128
6	Beschreibung der Stichproben des Forschungsprojektes	131
6.1	Pilotierung.....	131
6.2	Querschnitt.....	132
6.3	Längsschnitt.....	133
7	Beschreibung der Messinstrumente des Forschungsprojektes	135
7.1	Informelles Vorwissen zu einfachen Brüchen	135
7.2	Fähigkeiten zum proportionalen Schließen.....	137
7.3	Vorwissen zur Multiplikation und Division.....	140
7.4	Qualität der ordinalen Zahlvorstellung	141
7.5	SFoN-Tendenz.....	141
7.6	SFoR-Tendenz	142
7.7	Kulturelles Kapital	143
7.8	Wissen zu verschiedenen Bruchzahlaspekten	143
7.9	Kalkülfertigkeiten	147
7.10	Problemlösefähigkeiten	148
7.11	Instruktionen im Rahmen der Erhebungen	150
7.12	Kodierung	151
7.12.1	Dichotome Kodierung der Items zu den konzeptbezogenen Lernvoraussetzungen und den Wissensbereichen aus der Bruchrechnung	151
7.12.2	Lernvoraussetzungen zur basalen Zahlverarbeitung.....	151
7.13	Qualitative Analyse von Einzelitems	152
7.13.1	Informelles Vorwissen zu einfachen Brüchen	153
7.13.2	Fähigkeiten zum proportionalen Schließen und Vorwissen zur Multiplikation und Division.....	155
7.13.3	SFoN-Tendenz.....	161
7.13.4	SFoR-Tendenz	163
7.13.5	Wissen zu verschiedenen Bruchzahlaspekten.....	165
7.13.6	Kalkülfertigkeiten	170

7.13.7	Problemlösefähigkeiten	172
8	Analysemethoden	176
8.1	Item- und Skalenanalysen	177
8.1.1	Itemanalysen	177
8.1.2	Skalenanalysen	178
8.1.3	Konfirmatorische Faktorenanalyse	181
8.2	Untersuchung der Prädiktivität in Pfadmodellen	183
8.3	Untersuchung der Prädiktivität mithilfe von Stufenmodellen.....	185
8.3.1	Entwicklung von Stufenmodellen.....	186
8.3.2	Identifikation und inhaltliche Charakterisierung von Niveaustufen	192
8.3.3	Nichtparametrische bivariate Regressionsanalysen	193
9	Ergebnisse.....	196
9.1	Erster Ergebnisteil	
	Trennbarkeit der theoretisch angenommenen Konstrukte:	
	Item- und Skalenanalysen.....	196
9.1.1	Stichprobengrößen und Anzahl der Items.....	197
9.1.2	Informelles Vorwissen zu einfachen Brüchen	198
9.1.3	Fähigkeiten zum proportionalen Schließen.....	199
9.1.4	Vorwissen zur Multiplikation und Division.....	200
9.1.5	Qualität der ordinalen Zahlvorstellung	201
9.1.6	SFoN-Tendenz.....	202
9.1.7	SFoR-Tendenz.....	203
9.1.8	Zusammenfassung zu den Item- und Skalenanalysen zu den Lernvoraussetzungen	203
9.1.9	Strukturanalysen zu den Wissensbereichen aus der Bruchrechnung	204
9.1.10	Wissen zu verschiedenen Bruchzahlaspekten.....	206
9.1.11	Kalkülfertigkeiten	207
9.1.12	Problemlösefähigkeiten	208
9.1.13	Zusammenfassung zu den Item- und Skalenanalysen zu den Lernergebnissen.....	209
9.2	Zweiter Ergebnisteil	
	Zusammenhänge zwischen den Lernvoraussetzungen und den Lernergebnissen: Pfadmodelle.....	210
9.2.1	Bivariate Zusammenhänge	210
9.2.2	Direkte Effekte der Lernvoraussetzungen auf die Lernergebnisse	212
9.2.3	Wirkmechanismen über den Aufbau von Vorerfahrungen	215
9.2.4	Zusammenfassung zu den Zusammenhängen zwischen den Lernvoraussetzungen und den Lernergebnissen	220

9.3	Dritter Ergebnisteil	
	Detailanalysen zur Untersuchung der Zusammenhänge zwischen den konzeptbezogenen Lernvoraussetzungen und den Lernergebnissen.....	221
9.3.1	Prüfung der Items auf Raschhomogenität.....	222
9.3.2	Vorgehen bei der Entwicklung der Stufenmodelle.....	223
9.3.3	Stabilität der Stufenmodelle.....	225
9.3.4	Stufenmodell zum informellen Vorwissen zu einfachen Brüchen.....	226
9.3.5	Stufenmodell zu den Fähigkeiten zum proportionalen Schließen.....	228
9.3.6	Stufenmodell zum Vorwissen zur Multiplikation und Division.....	231
9.3.7	Stufenmodell zum Wissen zu verschiedenen Bruchzahlaspekten.....	232
9.3.8	Stufenmodell zu den Kalkülfertigkeiten.....	235
9.3.9	Stufenmodell zu den Problemlösefähigkeiten.....	237
9.3.10	Differenzierte Beschreibungen der Zusammenhänge zwischen dem informellen Vorwissen zu einfachen Brüchen und den Lernergebnissen.....	239
9.3.11	Differenzierte Beschreibungen der Zusammenhänge zwischen den Fähigkeiten zum proportionalen Schließen und den Lernergebnissen.....	242
9.3.12	Differenzierte Beschreibungen der Zusammenhänge zwischen dem Vorwissen zur Multiplikation und Division und den Lernergebnissen.....	244
10	Diskussion.....	247
10.1	Trennbarkeit der theoretisch angenommenen Konstrukte und Dimensionalität des Modells zur Wissensbeschreibung des Bruchzahlkonzepts.....	249
10.2	Zusammenhänge zwischen den Lernvoraussetzungen und den Lernergebnissen: konzeptbezogene Lernvoraussetzungen in der Rolle als Prädiktoren und Mediatoren.....	252
10.2.1	Bivariate Zusammenhänge.....	253
10.2.2	Konzeptbezogene Lernvoraussetzungen als Prädiktoren unter Kontrolle der anderen Lernvoraussetzungen.....	254
10.2.3	Konzeptbezogene Lernvoraussetzungen als Mediatoren.....	260
10.3	Differenzierte Beschreibungen von bivariaten Zusammenhängen zwischen den konzeptbezogenen Lernvoraussetzungen und den Lernergebnissen.....	263
10.3.1	Entwicklung von Stufenmodellen.....	264
10.3.2	Formulierung von „Vorher-Später“-Aussagen auf Grundlage der Stufenmodelle.....	265
10.4	Limitationen und Ausblick für weitere Forschungsbemühungen.....	267
10.5	Praktische Implikationen.....	268
	Literatur.....	270
	Abbildungsverzeichnis.....	292
	Tabellenverzeichnis.....	295