

# Inhalt

<b>Einleitung</b> .....	<b>13</b>
<b>Teil I Flexibles Rechnen und Zahlenblickschulung betrachten</b> .....	<b>18</b>
Rechnen beschreiben .....	19
1 Verschiedene Lösungswerkzeuge .....	19
1.1 Zählen .....	20
1.2 Nutzen von strategischen Werkzeugen .....	24
1.3 Abrufen von Fakten .....	25
2 Vom Zählen zum Rechnen .....	26
2.1 Gründe für die Ablösung vom Zählen .....	27
2.2 Die Entwicklung vom Zählen zum Rechnen .....	28
2.3 Bedeutung der strategischen Werkzeuge .....	32
2.3.1 Strategische Werkzeuge und der Weg zur Automatisierung .....	32
2.3.2 Strategische Werkzeuge als Basis für flexibles Rechnen .....	33
Rechnen grundlegen und ausbauen .....	35
3 Den Zahlbegriff entwickeln .....	35
3.1 Konzepte und Tätigkeiten zur Zahlbegriffsentwicklung .....	36
3.2 Anschauungsmittel zur Zahlbegriffsentwicklung .....	41
3.2.1 Kardinale Materialien unterschiedlicher Strukturierung .....	42
3.2.2 Sinnfällige Vorstellungsbilder .....	45
3.2.3 Anschauungsmittel für das Ordnen von Zahlen .....	46
3.2.4 Anschauungsmittel für das Verorten von Zahlen .....	46
3.3 Die Zahlaspekte .....	47
3.3.1 Der Zählzahlaspekt .....	48
3.3.2 Der Kardinalzahlaspekt .....	48
3.3.3 Der Ordnungszahlaspekt .....	49
3.3.4 Der Rechenzahlaspekt .....	49
3.3.5 Der Maßzahlaspekt .....	50
3.3.6 Der Systemzahlaspekt .....	51
3.4 Strukturierung der Zahlaspekte .....	52
3.4.1 Die Strukturierung der Zahlaspekte in der Literatur .....	52
3.4.2 Zahlaspekte und Zahlbegriffsentwicklung in vorliegender Studie .....	54
4 Rechnen entwickeln .....	59
4.1 Operationsverständnis aufbauen .....	60
4.2 Die Entwicklung der sprachlichen Ausdrucksformen .....	63
4.3 Algebraische Vorstellung als Grundlage der Addition .....	64
4.4 Größen-Vorstellungen als Grundlage der Addition .....	68
4.5 Fazit .....	71

5	Flexibles Rechnen entwickeln .....	72
5.1	Begriffsklärung .....	73
5.1.1	Die Adäquatheit von Lösungsweg und Aufgabencharakteristik .....	74
5.1.2	Die Adäquatheit von Lösungsrichtigkeit und Lösungsgeschwindigkeit .....	75
5.1.3	Die Adäquatheit des Referenzrahmens .....	76
5.1.4	Begriffsbildung „flexibles Rechnen“ in vorliegender Studie .....	78
5.2	Indikatoren für flexibles Rechnen .....	80
5.3	Flexibles Rechnen fördern .....	82
5.3.1	Ansätze zum Mathematiklernen .....	83
5.3.2	Flexibles Rechnen im sozialen Austausch entwickeln .....	88
5.3.3	Flexibles Rechnen fördern .....	90
5.4	Fazit .....	95
6	Zahlenblick und Zahlenblickschulung .....	95
6.1	Begriffsklärung Zahlenblick .....	96
6.1.1	„Number sense“ oder „Zahlensinn“ .....	96
6.1.2	„Structure sense“ oder Struktursinn .....	98
6.1.3	Zahlenblick .....	99
6.2	Die Schulung des Zahlenblicks .....	100
6.2.1	Die Schulung des Zahlenblicks in der Literatur .....	100
6.2.2	Die Schulung des Zahlenblicks in vorliegender Studie .....	102
6.2.3	Aktivitäten zur Zahlenblickschulung .....	107
	Besondere Schwierigkeiten beim Rechnenlernen .....	115
7	Mögliche Ursachen für die Entwicklung von Schwierigkeiten beim Rechnenlernen .....	115
7.1	Die kognitions- und entwicklungspsychologische Perspektive .....	115
7.1.1	Störungen in der kognitiven Verarbeitung .....	116
7.1.2	Störungen in der Zahlenrepräsentation .....	116
7.1.3	Schwierigkeiten in der (kognitiven) Verarbeitung im Arbeitsgedächtnis und in der Zahlenrepräsentation .....	118
7.1.4	Entwicklungsmodell zur Zahlenrepräsentation .....	121
7.2	Die fachdidaktische Perspektive .....	124
7.2.1	Aufbau und Hierarchie der Inhalte .....	125
7.2.2	Der Einfluss von Unterricht .....	127
8	Symptome .....	129
9	Förderung und Prävention .....	132
9.1	Prävention .....	132
9.2	Förderung .....	134
9.3	Die Entwicklung flexiblen Rechnens bei Kindern mit Lernschwierigkeiten in Mathematik .....	139
	Standortbestimmung .....	141
10	Positionierung .....	141
10.1	Begründungslinien .....	141
10.2	Forschungsdiesiderate .....	144

11	Forschungsfokus .....	146
11.1	Inhaltlicher Fokus .....	146
11.2	Methodologischer und methodischer Fokus.....	148
<b>Teil II Die Entwicklung flexiblen Rechnens untersuchen .....</b>		<b>150</b>
Methodologische und methodische Überlegungen .....		150
1	Forschungsdesign .....	151
1.1	Vorüberlegungen.....	151
1.2	Untersuchungsverlauf.....	153
2	Das Interview als Datenerhebungsinstrument .....	154
2.1	Planung klinischer Interviews.....	154
2.2	Besondere Herausforderungen bei der Befragung von Kindern .....	155
3	Die Datenauswertung .....	158
3.1	Die qualitative Inhaltsanalyse .....	158
3.1.1	Allgemeine Beschreibung .....	158
3.1.2	Übertrag auf die vorgestellte Untersuchung .....	160
3.2	Gliederung und Interpretation der Argumentationen.....	161
3.3	Typenbildung.....	163
Beschreibung der Untersuchung.....		167
4	Beschreibung der Stichprobe.....	167
4.1	Auswahl der Klassen.....	167
4.2	Auswahl der Kinder .....	169
4.2.1	Beschreibung der Diagnoseinstrumente .....	170
4.2.2	Beschreibung der Stichprobe.....	175
5	Die klinischen Interviews.....	176
5.1	Umsetzung der methodischen Vorüberlegungen.....	176
5.2	Beschreibung der Interviewaufgaben.....	178
5.2.1	Kurzdarstellung der Aufgabenstellungen der Bereiche I und III .....	178
5.2.2	Sortieraufgabe aus Schwerpunkt II.....	181
5.3	Beschreibung der Interviewverläufe .....	190
5.3.1	Erstes Interview .....	190
5.3.2	Zweites Interview.....	192
5.3.3	Drittes Interview .....	193
5.3.4	Viertes Interview .....	195
6.	Datenauswahl und Datenaufbereitung.....	196
6.1	Datenauswahl.....	196
6.2	Datenaufbereitung.....	196
7	Analyse der Daten.....	200
7.1	Analyse der Lösungswerkzeuge.....	202
7.2	Analyse der Argumentationen der Kinder .....	205
7.2.1	Theorien zur Strukturierung des Kategoriensystems.....	207
7.2.2	Entwicklung des Kategoriensystems.....	209

8	Die Interpretation der Argumentationen. . . . .	211
8.1	Theoretische Ansätze zur Analyse der Argumentationen . . . . .	211
8.1.1	Der argumentationstheoretische Ansatz . . . . .	211
8.1.2	Theorie zum Beweisen . . . . .	212
8.2	Qualitative Einschätzung der Argumente . . . . .	214
9	Typenbildung . . . . .	216
9.1	Methodische Vorüberlegungen . . . . .	216
9.2	Entwicklung einer Typologie zum Rechnenlernen in der ersten Klasse . . . . .	217
9.2.1	Entwicklung des Merkmalsraums . . . . .	217
9.2.2	Gruppierung der Fälle und Analyse der Zusammenhänge . . . . .	219
9.3	Erarbeitung einer Gesamttypologie zur Entwicklung des flexiblen Rechnens . . . . .	222
9.3.1	Entwicklung des Merkmalsraums und Gruppierung der Fälle. . . . .	222
9.3.2	Typenbildung zum flexiblen Rechnen . . . . .	224
	Das Unterrichtsetting – die Schulung des Zahlenblicks. . . . .	227
10	Die Schulung der Lehrkräfte . . . . .	227
11	Die Aktivitäten im Einzelnen . . . . .	228
11.1	Aktivitäten zum Sehen mit Stützung . . . . .	229
11.1.1	Anzahlen. . . . .	229
11.1.2	Größenrelationen . . . . .	233
11.2	Aktivitäten zum Sehen auf formaler Ebene. . . . .	235
11.3	Aktivitäten zum Sortieren mit Stützung . . . . .	236
11.4	Aktivitäten zum Sortieren auf formaler Ebene . . . . .	237
11.5	Aktivitäten zum Strukturieren mit Stützung. . . . .	238
11.6	Aktivitäten zum Strukturieren auf formaler Ebene . . . . .	239
<b>Teil III Flexibles Rechnen und Zahlenblickschulung verstehen –</b>		
	<b>Ergebnisse . . . . .</b>	<b>241</b>
	Ergebnisse und Erkenntnisse. . . . .	241
1	Typologie zum flexiblen Rechnen. . . . .	241
1.1	Charakterisierung der Typen . . . . .	242
1.1.1	Der Zähler – ein Haupttypus . . . . .	244
1.1.2	Der mechanische Rechner – ein Haupttypus . . . . .	245
1.1.3	Der flexible Rechner – ein Haupttypus . . . . .	247
1.1.4	Der Experte – ein Haupttypus. . . . .	248
1.1.5	Der Zähler mit mechanisch orientierten Abweichungen – ein Zwischentypus. . . . .	250
1.1.6	Der verfahrensorientierte Rechner – ein Zwischentypus . . . . .	252
1.1.7	Der Zähler mit beziehungsorientierten Abweichungen – ein Zwischentypus. . . . .	253
1.1.8	Der versuchsweise beziehungsorientierte Rechner – ein Zwischentypus . . . . .	254
1.1.9	Der beziehungsorientierte Rechner – ein Zwischentypus . . . . .	256
1.2	Einordnung der Typen in die Theorie . . . . .	257

2	Deskription und Interpretation der Entwicklungsverläufe .....	264
2.1	Unterschiedliche Entwicklungsverläufe beim Rechnenlernen .....	264
2.1.1	Entwicklungsverläufe zum Zähler .....	265
2.1.2	Entwicklungsverläufe zum Zähler mit mechanisch orientierten Abweichungen .....	266
2.1.3	Entwicklungsverlauf zum Zähler mit beziehungsorientierten Abweichungen .....	267
2.1.4	Entwicklungsverlauf zum verfahrensorientierten Rechner .....	268
2.1.5	Entwicklungsverläufe zum mechanischen Rechner .....	269
2.1.6	Entwicklungsverläufe zum beziehungsorientierten Rechner .....	269
2.1.7	Entwicklungsverläufe zum flexiblen Rechner .....	270
2.1.8	Entwicklungsverläufe zum Experten .....	272
2.2	Einfluss der Zahlenblickschulung auf die Rechenentwicklung .....	273
2.3	Einordnung der Entwicklungsverläufe in die Theorie .....	277
2.3.1	Entwicklungen in Wellen .....	278
2.3.2	Die Funktion strategischer Werkzeuge .....	279
2.3.3	Die Rolle der Zahlenblickschulung .....	280
2.3.4	Der Einfluss von Sprache und Lernangeboten .....	281
3	Deutungshypothesen .....	282
4	Zusammenfassung .....	286
<b>Diskussion und Ausblick .....</b>		<b>290</b>
<b>Literatur .....</b>		<b>297</b>
<b>Abbildungsverzeichnis .....</b>		<b>318</b>

Der Anhang ist online verfügbar unter [www.waxmann.com/buch3037](http://www.waxmann.com/buch3037).