

Inhalt

Einleitung	19
I Theoretischer Teil	23
1 Wahrnehmung, Repräsentation und Speicherung von Wissen	24
1.1 Visuelle Wahrnehmung	24
1.2 Wissensrepräsentation	27
1.2.1 Die Imagery-Debatte	27
1.2.2 Theorie der dualen Kodierung nach Paivio	29
1.2.3 Mentale Modelle	31
1.3 Speicherung von Wissen	32
1.3.1 Das Arbeitsgedächtnismodell von Baddeley	32
1.3.2 Arten der Wissensspeicherung	34
1.4 Zur Wirkung externer Repräsentationen auf mentale Repräsentationen	35
1.5 Zusammenfassung und Ausblick	37
2 Mentale Repräsentationen von Zahlen	39
2.1 Experimentelle Effekte der Mengen- und Zahlenverarbeitung	39
2.1.1 Subitizing	40
2.1.2 Problemgrößeneffekt	41
2.1.3 Distanzeffekt	42
2.1.4 SNARC-Effekt	45
2.1.5 Zusammenfassung	48
2.2 Modelle der mentalen Repräsentation von Zahlen	49
2.2.1 Netzwerkmodelle	50
2.2.1.1 Das Network-Retrieval-Modell von Ashcraft	50
2.2.1.2 Das Distribution-of-Association-Modell von Siegler und Shrager	51
2.2.2 Modelle mit dekadisch strukturierter oder abstrakter Repräsentation	51
2.2.2.1 Das Modell von Deloche und Seron	51
2.2.2.2 Das Modell von McCloskey, Caramazza und Basili	53
2.2.2.3 Das Modell von Cipolotti und Butterworth	54
2.2.3 Modelle mit holistischer Repräsentation	55
2.2.3.1 Das Triple-Code-Modell von Dehaene	55

2.2.3.2	Das Encoding-Complex-Modell von Campbell und Clark	58
2.2.4	Zusammenfassung und Diskussion der Modelle	59
2.3	Ausblick	60
3	Neuropsychologische Aspekte der Zahlenverarbeitung	62
3.1	Anatomische und methodische Grundlagen	63
3.1.1	Aufbau und Funktionsweise des Gehirns	63
3.1.2	Bildgebende Verfahren	64
3.2	Erste Studien mit bildgebenden Verfahren	68
3.3	Der Parietallappen als Kernregion der Zahlenverarbeitung	70
3.3.1	Verarbeitung von Größeninformation und der intraparietale Sulcus	70
3.3.2	Sprachlich kodiertes Faktenwissen und der Gyrus angularis	71
3.3.3	Zusammenfassung: parietales Netzwerk der Zahlenverarbeitung	72
3.4	Ausgewählte Aspekte der Mengen- und Zahlenverarbeitung	74
3.4.1	Subitizing und Zählen	74
3.4.2	Exakte und approximative Verarbeitung von Mengen und Zahlen	76
3.4.3	Entwicklung und Lernen	77
3.4.4	Einfluss der individuellen Kompetenz	80
3.4.5	Lateralisierung	82
3.5	Zusammenfassung und Diskussion	83
4	Der Zusammenhang mit visuell-räumlichen Fähigkeiten	86
4.1	Zum Konstrukt räumliche Fähigkeiten	86
4.1.1	Drei Faktoren räumlicher Fähigkeiten nach Thurstone	88
4.1.2	Die Metaanalyse von Linn und Petersen	92
4.1.3	Mehrfaktorielle Modelle nach Carroll und Lohman	94
4.1.4	Die Kontinuumshypothese nach Zimmerman	95
4.1.5	Strategien beim Lösen räumlicher Aufgaben	96
4.1.6	Zwischenresultat: Räumliches Denken und Analytisches Denken	97
4.2	Visuell-räumliche Fähigkeiten und Mathematikleistung	98
4.2.1	Räumliches Denken und arithmetische Fähigkeiten	101
4.2.2	Studien mit rechenschwachen Personen	103
4.2.3	Visuell-räumliches Arbeitsgedächtnis und Mathematikleistung	104
4.3	Zusammenfassung	107
5	Von kognitiven Kernsystemen zu arithmetischer Kompetenz	108
5.1	Kernsysteme der Repräsentation von Mengen und Anzahlen	109
5.1.1	Repräsentation kleiner Anzahlen im Säuglings- und Kleinkindalter	109
5.1.2	Repräsentation größerer Anzahlen im Säuglings- und Kleinkindalter	115
5.1.3	Charakterisierung der Kernsysteme	118

5.1.4	Diskussion zu den Kernsystemen	120
5.2	Erwerb des Zahlbegriffs	121
5.2.1	Nonverbales Verständnis von Mengen und Anzahlen	122
5.2.1.1	Subitizing und Quasisimultanerfassen	122
5.2.1.2	Schneller Vergleich von Punktmengen	126
5.2.1.3	Protoquantitative Schemata	127
5.2.2	Entwicklung des Zählens	127
5.2.3	Verknüpfung mit dem Verständnis von Zahlsymbolen	129
5.2.4	Entwicklung eines integrierten Zahlverständnisses	131
5.3	Spezifische Beiträge ausgewählter Aspekte der Kernsysteme	134
5.3.1	Subitizing und Zählen	134
5.3.2	Distanzeffekt als Prädiktor für arithmetische Fähigkeiten	135
5.3.3	Entwicklung eines mentalen Zahlenstrahls	136
5.4	Erwerb erster Rechenfähigkeiten	139
5.4.1	Zählendes Rechnen	139
5.4.2	Rechnen unter Verwendung von Teil-Ganzes-Schemata	140
5.4.3	Übergang zum Faktenabruf	140
5.5	Weitere Kompetenzentwicklung im Grundschulalter	141
5.6	Zusammenfassung und Ausblick auf didaktische Implikationen	143
6	Förderung des Aufbaus mentaler Repräsentationen von Zahlen	146
6.1	Didaktische Theorien	147
6.1.1	Anschauung und Veranschaulichung als didaktische Prinzipien	147
6.1.2	Veranschaulichung und Abstraktion	148
6.1.3	Vorstellungsbilder und mentales visuelles Operieren	151
6.2	Anschauungsmittel in der Unterrichtspraxis	154
6.2.1	Begriffsklärung	154
6.2.2	Anschauungsmittel zur Entwicklung der Zahlvorstellung	155
6.2.2.1	Beispiel: Zwanzigerfeld	155
6.2.2.2	Beispiel: Zahlenstrahl	157
6.2.3	Anschauungsmittel zur Visualisierung von Rechenstrategien	158
6.2.3.1	Beispiel: Zwanzigerfeld	158
6.2.3.2	Beispiel: Zahlenstrahl	160
6.2.4	Schlussfolgerungen	161
6.3	Interventionsstudien zu mentalen Zahlrepräsentationen	162
6.4	Konsequenzen für die Konzeptionierung einer eigenen Förderstudie	167
7	Herleitung und Begründung der Forschungsfragen	169
7.1	Evaluation eines „approximativen“ und eines „exakten“ Förderansatzes	169
7.2	Visuell-räumliche Fähigkeiten und arithmetische Fähigkeiten	171
7.3	Zusammenfassende Formulierung der Forschungsfragen und Hypothesen	172

II	Empirischer Teil	174
8	Methode	175
8.1	Design der Studie	175
8.2	Erhebungsinstrumente	176
8.2.1	Basale numerische Fähigkeiten	178
8.2.1.1	Nonverbale, approximative Fähigkeiten	179
8.2.1.2	Nonverbale, exakte Fähigkeiten	182
8.2.1.3	Zählen	184
8.2.2	Arithmetische Fähigkeiten	184
8.2.3	Visuell-räumliche Fähigkeiten	188
8.2.4	Reaktionsvermögen	191
8.2.5	Arbeitsgedächtnis	192
8.2.6	Elternfragebogen	193
8.2.7	Lehrerfragebogen	194
8.3	Beschreibung der Interventionssoftware	194
8.3.1	Konzept und Ziele des Lernspiels <i>The Number Race</i>	195
8.3.2	Übersicht über den Spielverlauf	196
8.3.3	Änderungen für beide neu entwickelte Versionen	199
8.3.4	Beschreibung der Version „Exakt“	200
8.3.5	Beschreibung der Version „Approximativ“	202
8.3.6	Beschreibung des Lernspiels zur Sprachförderung	203
8.4	Beschreibung der Stichprobe	204
8.5	Bemerkungen zur Durchführung	205
8.6	Statistische Methoden	208
8.6.1	Kovarianzanalysen	208
8.6.2	Korrelationsanalysen	210
9	Ergebnisse	211
9.1	Skalenanalyse und deskriptive Statistiken	211
9.1.1	Skalen basaler numerischer Fähigkeiten	211
9.1.1.1	Begründung zu den Skalen <i>Subitizing</i> und <i>Zählen</i>	213
9.1.1.2	Empirischer Nachweis des Quasisimultanerfassens	215
9.1.2	Skalen arithmetischer Fähigkeiten	217
9.1.3	Skalen visuell-räumlicher Fähigkeiten	218
9.1.4	Skalen des Reaktionsvermögens	220
9.1.5	Skalen des Arbeitsgedächtnisses	220
9.2	Effekte der Intervention	221
9.2.1	Realisierung des Treatments	221
9.2.1.1	Intensität der Förderung	221
9.2.1.2	Erfolgsindikatoren	224
9.2.1.3	Zusammenfassung und Auswahl der Teilstichprobe	225

9.2.2	Effekte auf basale numerische Fähigkeiten	227
9.2.2.1	Approximative Fähigkeiten	228
9.2.2.2	Exakte Fähigkeiten	233
9.2.2.3	Zählen	236
9.2.2.4	Einflüsse des allgemeinen Reaktionsvermögens	238
9.2.2.5	Ergänzende Analyse: Distanzeffekte	240
9.2.2.6	Zusammenfassung	243
9.2.3	Effekte auf arithmetische Fähigkeiten	244
9.2.3.1	Gesamttest arithmetischer Fähigkeiten	244
9.2.3.2	Einfluss des Arbeitsgedächtnisses	246
9.2.3.3	Subskalen arithmetischer Fähigkeiten	246
9.2.3.4	Zusammenfassung	252
9.3	Visuell-räumliche und arithmetische Fähigkeiten	253
10	Diskussion	256
10.1	Ziele und Fragestellungen der Studie	256
10.2	Förderung basaler numerischer Fähigkeiten	259
10.2.1	Förderung „approximativer“ Fähigkeiten	260
10.2.2	Förderung „exakter“ Fähigkeiten	263
10.3	Förderung arithmetischer Fähigkeiten	265
10.4	Die Bedeutung visuell-räumlicher Fähigkeiten	267
10.5	Diskussion des methodischen Vorgehens	269
10.6	Integration neurowissenschaftlicher und mathematikdidaktischer Ansätze	272
10.7	Schlusszusammenfassung und Ausblick	275
	Literatur	277
	Abbildungsverzeichnis	303
	Tabellenverzeichnis	307
	Anhang	309
A	Fragebögen	309
B	Beschreibung der Lernsoftware	313
C	Teilnehmerzahlen	316
D	Histogramme	317