

Inhalt

Vorwort.....	11
Dank und Vorbemerkung.....	14
Zusammenfassung und Abstract.....	15
1. Einleitung und Fragestellung	19
1.1 Das Verstehen und Lösen von Textaufgaben als zentraler Aspekt eines zeitgemässen Mathematikunterrichts und als Forschungsgegenstand.....	19
1.1.1 Anspruchsvolle Textaufgaben als Mittel der Problemlöseförderung.....	20
1.1.2 Mathematisierung bzw. Modellierung statt Kalkülorientierung.....	21
1.2 Das Verstehen und Lösen von Textaufgaben in einer vom Geist des Problemlösens getragenen Unterrichtskultur.....	22
1.2.1 Probleme lösen in interaktiven Lehr-Lern-Umgebungen.....	23
1.2.2 Die Rolle der Lehrperson.....	24
1.3 Das Verstehen und Lösen von Textaufgaben als Ergebnis einer speziellen Dialog- bzw. Diskurspraxis.....	27
1.3.1 Begriffsklärung „Dialog“ und „Diskurs“.....	28
1.3.2 Denken ist eine Form des Kommunizierens mit sich selbst oder mit anderen.....	30
1.4 Erfolgreiches Verstehen und Lösen von Textaufgaben ist nicht nur eine Frage der Intelligenz.....	31
1.5 Skizzierung des Verfahrens zur Förderung des Verstehens und Lösens von Textaufgaben.....	32
1.6 Fragestellung.....	34
1.7 Einbettung der Fragestellung in den aktuellen mathematikdidaktischen Kontext.....	36
2. Textaufgaben im mathematikdidaktischen Diskurs	38
2.1 Begriffliche Klärung.....	38
2.2 Das Spannungsverhältnis zwischen der „reinen“ und der „angewandten“ Mathematik.....	44
2.3 Die Alltagsorientierung im Mathematikunterricht und ihre Grenzen.....	50
2.4 Kritik an den Textaufgaben.....	57
2.5 Die Bedeutung der Textaufgaben vor dem Hintergrund der PISA- und der TIMS-Studien.....	62
3. Die Bedeutung von Modellen beim Verstehen und Lösen von Textaufgaben	64
3.1 Einleitung und Begriffsklärung.....	64
3.2 Modellbildung aus mathematischer Sicht.....	67
3.2.1 Der Modellierungsprozess.....	68
3.2.2 Modellierung ist komplexer als didaktisch reduzierte Konzepte vorgeben.....	77
3.2.3 Modellierung ist mehr als ein datengeleiteter Prozess – ein historisches Beispiel.....	81

3.3	Mathematische Modellbildung aus psychologischer Sicht.....	88
3.3.1	Die Anfänge der Textaufgabenforschung	89
3.3.2	Faktoren, die die Modellierschwierigkeit elementarer Textaufgaben bestimmen	90
3.3.2.1	Drei Erklärungshypothesen für die Feststellung, dass gleiche mathematische Modelle (Additionen und Subtraktionen) unterschiedlich schwierig zu bilden sind:	93
	(1) Die logisch-mathematische Erklärungshypothese.....	93
	(2) Die sprachverstehens- und weltwissensorientierte Erklärungshypothese	94
	(3) Reussers linguistisch-handlungstheoretische Erklärungshypothese und sein Prozessmodell „SituationProblemSolver“	96
3.3.2.2	Zusammenfassung und Überblick.....	98
3.3.3	Der Vergleich der drei Erklärungshypothesen des Modellierens unter empirischer Perspektive	99
3.3.3.1	Austausch- und Kombinationsaufgaben	99
3.3.3.2	Erklärung der Schwierigkeitsunterschiede zwischen den Vergleichsaufgaben.....	101
3.3.3.3	Umformulierungseffekte (rewording) sprechen gegen das logisch-mathematische Modell.....	102
3.3.3.4	Unterscheidung zwischen Sprachverstehen und Situationsverstehen	107
3.3.4	Was bringt für die Modellbildung mehr: alltagsnahe Handlungsorientierung oder abstrakt-symbolisches Training?	111
3.3.4.1	Das „alltagsnahe“ und das „abstrakt-symbolische Training“ im Vergleich.....	111
3.3.4.2	Unterscheidung zwischen der „kulturellen“ und der „intuitiven“ Mathematik	112
3.3.4.3	Diskussion der Ergebnisse von Hasemann und Stern (2002) und der Unterscheidung zwischen „intuitiver“ und „kultureller Mathematik“ (Stern, 2003).....	118
3.4	Modellbildung aus Sicht der „instructional design science“	120
3.4.1	Einleitung und Begriffsklärung.....	120
3.4.2	Modellbildung in der „Realistic Mathematics Education“ (RME).....	121
3.4.3	„Anchored Instruction bzw. „The Adventures of Jasper Woodbury“, das amerikanische Programm der „Realistic Mathematics Education“	130
3.5	Modellkonstruktion unter dem Gesichtspunkt der Prozess-Objekt-Dualität mathematischer Objekte.....	137
3.5.1	Die Prozess-Objekt-Dualität mathematischer Objekte	137
3.5.1.1	Die Prozess-Objekt-Dualität in Sfards „Theorie der Reifikation“.....	142

3.5.1.2	Die Prozess-Objekt-Dualität in Sterns „abstrakt-symbolischem Training“	158
3.5.1.3	Die Prozess-Objekt-Dualität in der „Realistic Mathematics Education“ (RME).....	169
3.5.1.4	Die Prozess-Objekt-Dualität in Reussers „SituationProblemSolver“ (SPS)	169
3.5.2	Vergleich und Zusammenführung der Rahmentheorien von Sfard, Stern, der RME und von Reusser	173
3.5.2.1	Prozess-Objekt-Dualität	173
3.5.2.2	Kontinuität zwischen der ‚intuitiven‘ und der ‚kulturellen Mathematik‘	174
3.5.2.3	Lehrerlenkung	177
3.6	Förderung der Modellierungsfähigkeit	179
4.	Kommunikation und Symbolisierung in der Mathematik	182
4.1	Mathematische Kooperation und Diskursivität.....	182
4.1.1	William Paul Thurston	183
4.1.2	Imre Lakatos.....	185
4.1.3	Alan Schoenfeld	185
4.1.4	Erich Christian Wittmann	189
4.1.5	Kooperation in der Mathematik als Thema von Kontroversen.....	190
4.2	Mathematisches Lernen und Problemlösen als soziale Prozesse.....	193
4.2.1	Einleitung	193
4.2.2	Die soziale Verankerung mathematischer Problemlöse- und Lernprozesse.....	196
4.3	Die Rollen der Symbolisierung und der Kommunikation in den klassischen Entwicklungs- und lehr-lern-psychologischen Ansätzen	197
4.3.1	Symbolisierung und Kommunikation im kognitiv-konstruktivistischen Ansatz von Piaget.....	197
4.3.2	Symbolisierung und Kommunikation im soziokulturalistischen Ansatz von Vygotsky	203
4.3.3	Zusammenführung der Ansätze von Piaget und Vygotsky	215
4.3.4	Sfards diskursiver Ansatz des Denkens als Zusammenführung der komplementären Theorien von Piaget und Vygotsk.....	217
4.3.4.1	Der Erwerbs- und der Partizipations-Ansatz des Lernens und Denkens.....	218
4.3.4.2	Die Bedeutung des Begriffs „discourse“ bei Sfard.....	225
4.3.4.3	Was versteht Sfard unter „Kommunikation“? – Wie sieht sie den Zusammenhang zwischen der Qualität der Kommunikation und dem Erfolg beim koopeativen Lernen und Problemlösen?	227
4.3.4.4	Sfards Kritik an den Konzepten des „verstehenden Lernens“ (learning-with-understanding) und des „kognitiven Konflikts“	230
4.3.4.5	Die Bedeutung der vermittelnden Werkzeuge und der meta-diskursiven Regeln	232

4.3.4.6	Die Unterscheidung zwischen Alltags- und professionellen mathematischen Diskursen.....	237
4.4	Von der Fremd- zur Selbstregulation – die Entwicklung und die Rolle der sozialen Makrostrukturen (meta-discursive rules) in der Interaktion.....	239
4.4.1	Lehrer-Schüler-Interaktionen im Vergleich mit Peer-Interaktionen.....	239
4.4.2	Makrostrukturen, die die Entwicklung von Selbststeuerungsfähigkeit fördern.....	241
4.4.3	Das lehrerunabhängige Team als „Wissensbildungsgemeinschaft“	246
4.5	Interaktionsqualität beim kooperativen Problemlösen (Qualität der Problemlösedialoge).....	249
4.6	Zusammenfassung.....	251
5.	Skript gestütztes Verstehen und Lösen von Textaufgaben im Dialog	255
5.1	Beschreibung des Verfahrens (Oberflächenstruktur).....	255
5.2	Theoretische Begründung des Verfahrens (Tiefenstruktur)	260
5.2.1	Die theoretischen Beiträge von Kurt Reusser, Lieven Verschaffel, Brian Greer und Erik De Corte (making sense of word problems)	260
5.2.1.1	Beschreibung und Analyse der individuellen Kognitionen	262
5.2.1.2	Beschreibung und Analyse der unterstützenden sozialen Prozesse	266
5.2.1.3	Die Beziehung zwischen den individuellen Kognitionen und den sozialen Prozessen.....	269
5.2.1.4	Kooperatives Problemlösen als Zusammenwirken von individuellen und sozialen Kognitionen	272
5.2.2	Der theoretische Beitrag von Annemarie Palincsar und Ann Brown (reciprocal teaching).....	274
5.2.2.1	Reziprokes Lehren in der Mathematik („reciprocal teaching and how to do this in solving algebra word problems“ [Brown & Campione, 1990, S. 126]).....	282
5.2.2.2	Zusammenhang zwischen „reciprocal teaching“ und „rewording“: Das Zusammenfassen einer Textaufgabe kann zu einem Umformulierungseffekt führen.....	287
5.2.3	Die theoretischen Beiträge von Angela O’Donnell, Alison King und Donald Dansereau (scripted cooperation, guided reciprocal peer questioning)	288
5.2.4	Der theoretische Beitrag von Alan Schoenfeld (Heuristiken zur selbst gesteuerten Strategieranwendung)	293
5.2.5	Der theoretische Beitrag von Anna Sfard (Meta-diskursive Regeln).....	294
5.3	Anforderungen an das „Skript gestützte Verstehen und Lösen von Textaufgaben im Dialog“	299
5.3.1	Designprinzipien	299
5.3.2	Begründung der Rollen und der Aufforderungen (prompts)	300
5.3.3	Merkmale wirksamer Kooperationskripts	301
5.4	Das Kooperationskript im Einsatz und die Rolle der Lehrperson.....	304
5.4.1	Die Rolle der Lehrperson.....	304

5.4.2	Der Ort des „Skript gestützten Verstehens und Lösens von Textaufgaben im Diskurs“ im Rahmen des Lehr-Lern-Zyklus	307
5.4.3	Das „Skript gestützte Verstehen und Lösen von Textaufgaben im Dialog“ als Instrument zur Entwicklung einer mathematischen Diskurskultur	311
5.5	Fragen, die sich im Hinblick auf die Untersuchung der Wirkung des „Skript gestützten Verstehens und Lösens von Textaufgaben im Dialog“ stellen	316
6.	Empirischer Teil	320
6.1	Forschungsfragen und Hypothesen.....	320
6.1.1	Fragen und Hypothesen für die qualitative Analyse.....	320
6.1.1.1	Inhaltliche Ebene; Ko-Konstruktionen, Ko-Elaborationen.....	320
6.1.1.2	Kommunikative Ebene.....	321
6.1.1.3	Ebene der Planung, Überwachung und Beurteilung (PÜB: metakognitive Äusserungen)	321
6.1.1.4	Lösungsprozess als Ganzes	322
6.1.1.5	Funktion und Wirkung der strukturierten Tafel.....	323
6.1.2	Hypothesen für die quantitative Analyse	323
6.1.2.1	Analyse-Einheit „Gruppe“	323
6.1.2.2	Analyse-Einheit „Person“	324

Der Rest des Kapitels 6 und der Anhang (*kursiv*) sind unter www.waxmann.com/kat/2164.html als PDF-Datei downloadbar.

6.2 *Methoden*

- 6.2.1 *Auswahl und Begründung der für die vorliegende Fragestellung geeigneten Methoden*
- 6.2.2 *Versuchsplan und Design der Studie*
- 6.2.3 *Versuchspersonen*
 - 6.2.3.1 *Interventionsgruppe*
 - 6.2.3.2 *Kontrollgruppe*
 - 6.2.3.3 *Zusammensetzung der zehn Teams*
 - 6.2.3.4 *Instruktion und Vorbereitung der Schüler*
- 6.2.4 *Aufgaben, die von den Versuchspersonen gelöst werden müssen*
- 6.2.5 *Datenbasis*
- 6.2.6 *Codier- und Kategoriensystem für die strukturierende Inhaltsanalyse*
 - 6.2.6.1 *Anforderungen an das Codier- und Kategoriensystem*
 - 6.2.6.2 *Überlegungen zur Analyseeinheit*
 - 6.2.6.3 *Mehrdimensionales Kategoriensystem zur Erfassung der produkt- und prozessbezogenen Unterschiede mit und ohne Skript*
- 6.2.7 *Sfards Instrumentarium zur Analyse der Fokusbildung (focal-building analysis), zur Analyse des Vertieftseins (preoccupational analysis) und zur Darstellung der Interaktivität (interactivity flowcharts)*
 - 6.2.7.1 *Analyse der Fokusbildung (focal-building analysis)*
 - 6.2.7.2 *Analyse des Vertieftseins (preoccupational analysis)*

6.2.7.3	<i>Darstellung von Interaktionen mithilfe von „interactivity flowcharts“</i>	
6.3	<i>Ergebnisse</i>	
6.3.1	<i>Mit der Inhaltsanalyse gewonnene Ergebnisse</i>	
6.3.1.1	<i>Analyse-Einheit „Gruppe“ (activity of communication, discourse)</i>	
6.3.1.2	<i>Analyse-Einheit „Person“</i>	
6.3.1.3	<i>Vergleiche</i>	
6.3.2	<i>Mit Sfards Instrumentarium zur Analyse der Fokusbildung, zur Analyse des Vertieftseins und zur Darstellung der Interaktivität gewonnene Ergebnisse</i>	
6.3.2.1	<i>Analyse des Teams 25_31_16</i>	
6.3.2.2	<i>Analyse des Teams SC 22_37_57</i>	
6.3.3	<i>Mit Fragebogen gewonnene Ergebnisse Analyse und Vergleich der beiden Gruppenleader SC 25 und SC 22 anhand von Fragebogendaten</i>	
6.4	<i>Zusammenfassung, Vergleich und Diskussion der Ergebnisse</i>	325
6.4.1	<i>Zusammenfassung und Vergleich der Ergebnisse der Inhaltsanalyse und der Fokus- und Vertieftsein-Analyse nach Sfarid</i>	325
6.4.1.1	<i>Ergebnisse der Inhaltsanalyse aus Kapitel 6.3.1</i>	325
6.4.1.2	<i>Ergebnisse der Fokus- und Vertieftsein-Analyse nach Sfarid aus Kapitel 6.3.2</i>	328
6.4.1.3	<i>Vergleich der Ergebnisse aus der Inhaltsanalyse mit den Ergebnissen aus der Fokus- und Vertieftsein-Analyse nach Sfarid</i>	331
6.4.2	<i>Hauptergebnis der Untersuchung</i>	332
6.4.3	<i>Diskussion</i>	334
6.4.4	<i>Weiterführende Forschungsperspektive</i>	341
7.	Literatur	347

Der Anhang (*kursiv*) ist unter www.waxmann.com/kat/2164.html als PDF-Datei downloadbar.

8. Anhang

- 8.1 *Lebenslauf*
- 8.2 *Alle Textaufgaben*
- 8.3 *Ablaufplanung der Intervention*
- 8.4 *Transkriptionsmanual*
- 8.5 *Kategoriensystem für die Codierung*
- 8.6 *Berechnung der Intercoderreliabilität*
- 8.7 *Fragebögen:*
 - F1 Evaluationsfragen*
 - F2 Kooperation und Wettbewerb*
 - F3 Ich und die Mathematik*
- 8.8 *Codierte Transkripte*